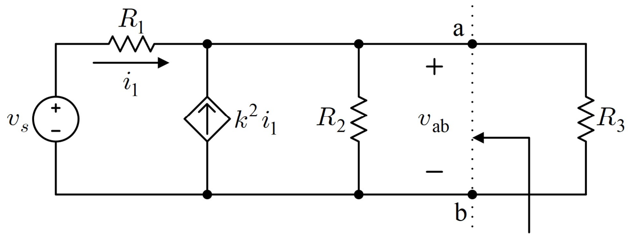
[제1문](계산기사용 불가능)

그림과 같은 회로에 대해 다음 물음에 답하시오. (단, $v_s = 100[\mathrm{V}]$, $R_1 = R_2 = R$, $k > 0$ 이다.) (총 18점)

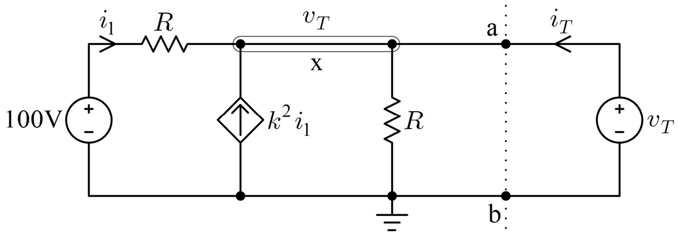


1) 단자 a－b에서 왼쪽으로 본 회로의 테브냉(Thevenin) 등가회로를 그리시오.(10점)

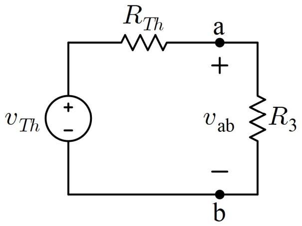
2) 부하 저항 R_3가 17.5[Ω]일 때 v_{ab}는 35[V]가 되고, R_3가 55[Ω]일 때 v_{ab}가 55[V]가 되는 경우, k와 R의 값을 구하시오.(8점)

[풀이]

Ⅰ. 설문(1)



a－b단자에 저항 R_3 대신 테스트전원을 연결한 상기 회로에서 $i_1 = \frac{100 - v_T}{R}$이고 마디 x에 KCL을 적용하면 $i_1 + k^2 i_1 + i_T = \frac{v_T}{R}$이므로 두 식을 연립하면 $v_T = \frac{R}{k^2+2} i_T + \frac{100(k^2+1)}{k^2+2}$이다. 따라서 단자 a－b에서 왼쪽으로 본 회로의 테브냉 등가전압 $v_{Th} = \frac{100(k^2+1)}{k^2+2}[\mathrm{V}]$, 테브냉 등가저항 $R_{Th} = \frac{R}{k^2+2}[\Omega]$이므로 테브냉 등가회로는 아래와 같다.



$$v_{Th} = \frac{100(k^2+1)}{k^2+2}[\mathrm{V}]$$

$$R_{Th} = \frac{R}{k^2+2}[\Omega]$$

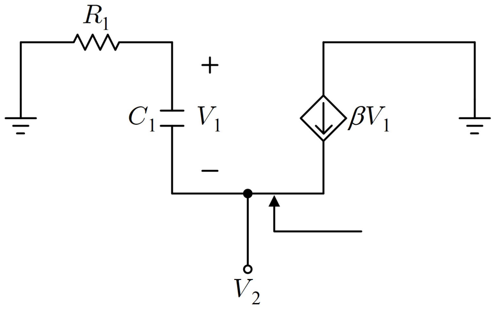
Ⅱ. 설문(2)

상기 등가회로에서 전압분배법칙에 의해 $35 = \frac{17.5}{R_{Th}+17.5} v_{Th}$, $55 = \frac{55}{R_{Th}+55} v_{Th}$이므로 두 식을 연립하면 $R_{Th} = 20[\Omega]$, $v_{Th} = 75[\mathrm{V}]$이다.

따라서 $v_{Th} = \frac{100(k^2+1)}{k^2+2} = 75$, $R_{Th} = \frac{R}{k^2+2} = 20\,(k>0)$을 연립하면 $k = \sqrt{2}$, $R = 80[\Omega]$

[제2문](계산기사용 불가능)

그림과 같은 회로에서 V_2절점에서 본 임피던스를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오. (단, $\beta > 0$이다.) (총 30점)

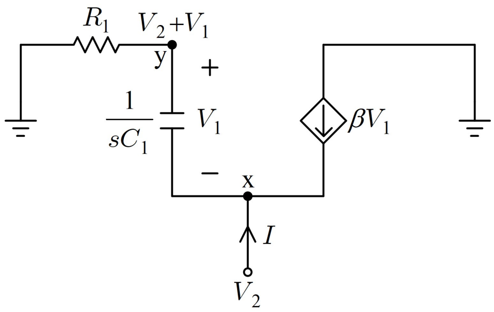


1) V_2절점에서 본 임피던스 전달함수를 구하시오.(14점)
2) 매우 낮은 주파수 ($\omega = 0$[rad/s])와 매우 높은 주파수 ($\omega = \infty$[rad/s])에서 각각 임피던스의 크기를 구하시오.(8점)
3) 이 임피던스가 유도성 리액턴스 특성을 갖기 위한 β와 R_1 사이의 관계식을 구하시오.(8점)

[풀이]

Ⅰ. 설문(1)

다음 라플라스변환회로에서 마디 x, y에 KCL을 각각 적용하면 $sC_1V_1+\beta V_1+I=0$, $\dfrac{V_2+V_1}{R_1}+sC_1V_1=0$이므로 이를 V_1, V_2에 관하여 연립하면 $V_2=\dfrac{C_1R_1s+1}{sC_1+\beta}I$이다. 따라서 V_2절점에서 본 임피던스 전달함수는 $Z(s)=\dfrac{V_2}{I}=\dfrac{sC_1R_1+1}{sC_1+\beta}[\Omega]$



Ⅱ. 설문(2)

$Z(j\omega)=\dfrac{j\omega C_1R_1+1}{j\omega C_1+\beta}[\Omega]$이므로

$Z(j0)=\dfrac{1}{\beta}[\Omega]$,

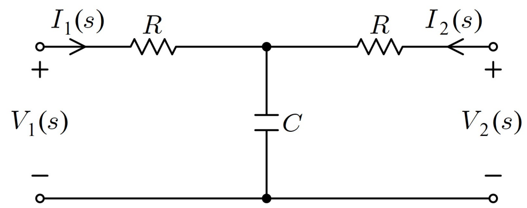
$$Z(j\infty)=\lim_{\omega\to\infty}\frac{C_1R_1+\dfrac{1}{j\omega}}{C_1+\dfrac{\beta}{j\omega}}=\frac{C_1R_1}{C_1}=R_1[\Omega]$$

Ⅲ. 설문(3)

$Z(j\omega)=\dfrac{j\omega C_1R_1+1}{j\omega C_1+\beta}=\dfrac{\omega^2C_1^2R_1+\beta}{\omega^2C_1^2+\beta^2}+j\dfrac{\omega C_1(\beta R_1-1)}{\omega^2C_1^2+\beta^2}[\Omega]$이고 $\mathrm{Im}[Z(j\omega)]>0$이면 이 임피던스는 유도성이므로 $\beta R_1-1>0$에서 β와 R_1 사이의 관계식은 $R_1>\dfrac{1}{\beta}[\Omega]$

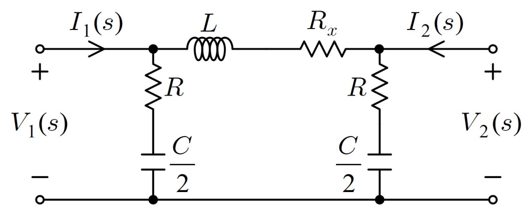
[제3문](계산기사용 불가능)

그림과 같은 회로에 대해 다음 물음에 답하시오. (총 12점)

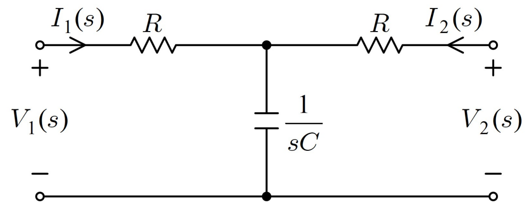


1) 위 회로의 Y파라미터(어드미턴스)를 구하시오.(6점)

2) 아래 회로가 위 회로와 등가회로가 되도록 인덕턴스 L과 저항 R_x의 값을 구하시오.(6점)

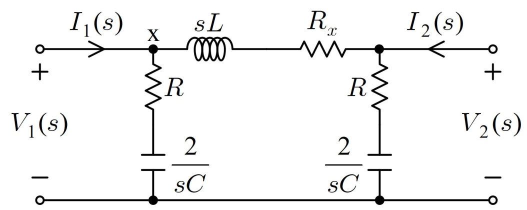


[풀이]
Ⅰ. 설문(1)



다음 라플라스변환회로에서 전류 I_1, I_2을 따라 KVL을 적용하면 $V_1=\left(R+\frac{1}{sC}\right)I_1+\frac{1}{sC}I_2$, $V_2=\frac{1}{sC}I_1+\left(R+\frac{1}{sC}\right)I_2$이므로 임피던스행렬은 $Z=\begin{bmatrix} R+\frac{1}{sC} & \frac{1}{sC} \\ \frac{1}{sC} & R+\frac{1}{sC}\end{bmatrix}[\Omega]$이다. 따라서 이 회로의 어드미턴스파라미터는 $Y=Z^{-1}=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{sCR+1}{R(sCR+2)} & -\frac{1}{R(sCR+2)} \\ -\frac{1}{R(sCR+2)} & \frac{sCR+1}{R(sCR+2)}\end{bmatrix}[\mathrm{S}]$

Ⅱ. 설문(2)
다음 라플라스변환회로의 마디 x에 KCL을 적용하면
$I_1=\frac{V_1}{R+\frac{2}{sC}}+\frac{V_1-V_2}{sL+R_x}=\left(\frac{sC}{sCR+1}+\frac{1}{sL+R_x}\right)V_1-\frac{1}{sL+R_x}V_2$이므로 어드미턴스 파라미터 $y_{12}=-\frac{1}{sL+R_x}$이다.



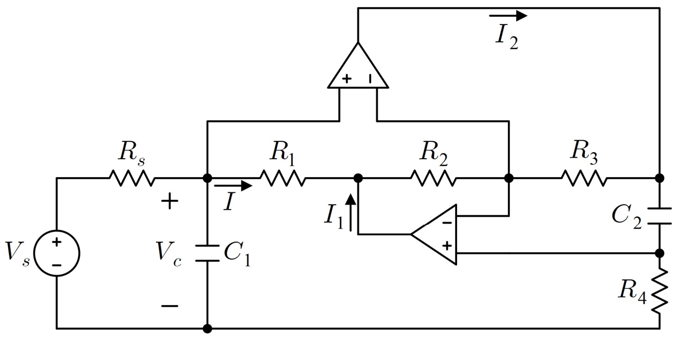
따라서 설문(1)의 결과와 비교하면
$y_{12}=-\frac{1}{sL+R_x}=-\frac{1}{R(sCR+2)}=-\frac{1}{sCR^2+2R}$이기 위한 조건은 $L=CR^2[\mathrm{H}]$, $R_x=2R[\Omega]$이고 이때 $I_1=\left(\frac{sC}{sCR+1}+\frac{1}{sL+R_x}\right)V_1-\frac{1}{sL+R_x}V_2$에서 V_1의 계수$(=y_{11})$은

$$\frac{sC}{sCR+2}+\frac{1}{sL+R_x}=\frac{sC}{sCR+2}+\frac{1}{sCR^2+2R}=\frac{sCR}{R(sCR+2)}+\frac{1}{R(sCR+2)}$$
$$=\frac{sCR+1}{R(sCR+2)}$$

이므로 주어진 두 회로가 등가회로가 되기 위한 L, R_x의 값은 $L=CR^2[\mathrm{H}]$, $R_x=2R[\Omega]$

[제4문](계산기사용 불가능)

그림과 같은 이상적인 연산증폭기를 사용한 회로에 대해 다음 물음에 답하시오. (총 20점)



1) $I_1(s)$와 $I_2(s)$를 $I(s)$로 표현하시오.(6점)

2) $\dfrac{V_c(s)}{I(s)}$를 구하시오.(4점)

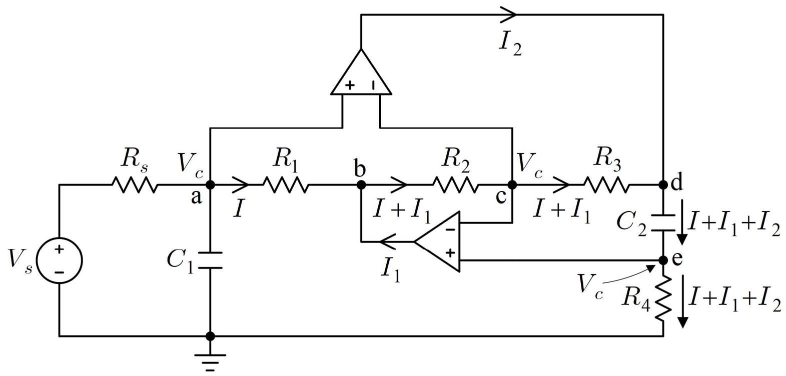
3) $\dfrac{V_c(s)}{V_s(s)}$를 구하시오.(4점)

4) $R_s = 30[\mathrm{k}\Omega]$, $C_1 = C_2 = 10[\mathrm{nF}]$, $R_1 = R_2 = 1[\mathrm{k}\Omega]$, $R_3 = R_4 = 2[\mathrm{k}\Omega]$일 때, 공진주파수 ω_o와 $Q-$ factor를 구하시오.(6점)

[풀이]

Ⅰ. 설문(1)

주어진 회로의 마디전압과 일부 소자에 흐르는 전류를 표시하면 아래와 같다.



1. 마디 a, c의 전위차는 $V_c - V_c = R_1 I + R_2(I+I_1)$이므로 $I_1(s) = -\frac{R_1+R_2}{R_2}I(s)$

2. 마디 c, e의 전위차는 $V_c - V_c = R_3(I+I_1) + \frac{1}{sC_2}(I+I_1+I_2)$이므로 $I_1(s) = -\frac{R_1+R_2}{R_2}I(s)$

을 대입하여 풀면 $I_2(s) = \frac{R_1 + sR_1R_3C_2}{R_2}I(s)$

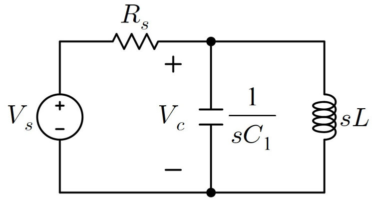
Ⅱ. 설문(2)

저항 R_4에 걸리는 전압 $V_c(s) = R_4(I+I_1+I_2)$이므로

$I_1(s) = -\frac{R_1+R_2}{R_2}I(s)$, $I_2(s) = \frac{R_1+sR_1R_3C_2}{R_2}I(s)$을 대입하면 $V_c(s) = \frac{sC_2R_1R_3R_4}{R_2}I(s)$

따라서 $\frac{V_c(s)}{I(s)} = \frac{sC_2R_1R_3R_4}{R_2}$

Ⅲ. 설문(3)



설문(2)의 결과에서 회로의 C_1 커패시터 우측은 위와 같이 인덕턴스 $L = \frac{C_2R_1R_3R_4}{R_2}$[H]의 인덕터로 대체할 수 있다. 전압분배법칙에 의해

$$V_c = \frac{\left(sL \| \frac{1}{sC_1}\right)}{R_s + \left(sL \| \frac{1}{sC_1}\right)} V_s = \frac{sL}{LC_1R_s s^2 + Ls + R_s} V_s$$ 이므로

$$\frac{V_c(s)}{V_s(s)} = \frac{sL}{LC_1R_s s^2 + Ls + R_s}$$

$$= \frac{C_2R_1R_3R_4 s}{C_1C_2R_1R_3R_4R_5 s^2 + C_2R_1R_3R_4 s + R_2R_s}$$

$$= \frac{\frac{1}{C_1R_s}s}{s^2 + \frac{1}{C_1R_s}s + \frac{R_2}{C_1C_2R_1R_3R_4}}$$

Ⅳ. 설문(4)

설문(3)의 결과에 $R_s = 30[\mathrm{k}\Omega]$, $C_1 = C_2 = 10[\mathrm{nF}]$, $R_1 = R_2 = 1[\mathrm{k}\Omega]$, $R_3 = R_4 = 2[\mathrm{k}\Omega]$를

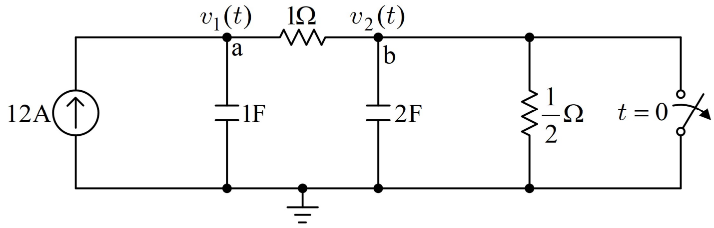
대입하면 $\frac{V_c(s)}{V_s(s)} = \frac{\frac{1}{C_1R_s}s}{s^2 + \frac{1}{C_1R_s}s + \frac{R_2}{C_1C_2R_1R_3R_4}} = \frac{\frac{10000}{3}s}{s^2 + \frac{10000}{3}s + 25\times 10^8}$

분모다항식 $s^2 + \frac{10000}{3}s + 25\times 10^8 = s^2 + \frac{\omega_o}{Q}s + \omega_o^2$이므로

공진주파수 $\omega_o = 50000[\mathrm{rad/s}] = 50[\mathrm{krad/s}]$, 양호도 $Q = \frac{3}{10000}\times 50000 = 15$

[제5문](계산기사용 불가능)

그림과 같은 회로는 스위치 동작 직전$(t=0^-)$에 직류정상상태에 있다. 스위칭 후$(t>0)$ 전압 $v_1(t)$, $v_2(t)$에 관한 다음 물음에 답하시오.(총 20점)



1) 스위칭 직후의 초기값 $v_1(0^+)$, $v_2(0^+)$을 구하시오.(4점)

2) $t>0$에서 a, b 절점에 키르히호프 전류법칙을 적용한 방정식을 각각 구하시오.(2점)

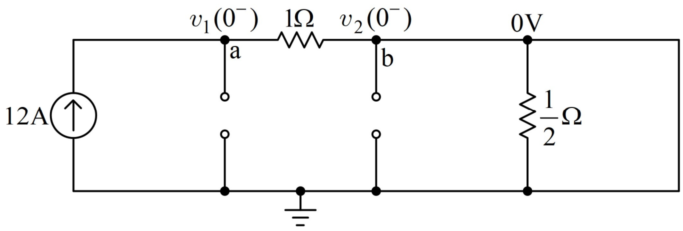
3) $\frac{dv_1(0^+)}{dt}$, $\frac{dv_2(0^+)}{dt}$를 구하시오.(4점)

4) 스위칭 후의 전압 $v_1(t)$, $v_2(t)$를 시간영역에서 구하시오.(10점)

[풀이]

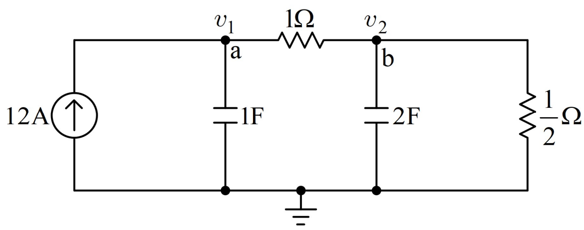
Ⅰ. 설문(1)

아래 스위칭 직전 회로(직류정상상태)에서 스위치가 단락되어 있으므로 $v_2(0^-)=0[\mathrm{V}]$이고 마디 a에 KCL을 적용하면 $12=0+\dfrac{v_1(0^-)-0}{1}$이므로 $v_1(0^-)=12[\mathrm{V}]$이다. 따라서 커패시터 전압의 연속성에 의해 $v_1(0^+)=v_1(0)=v_1(0^-)=12[\mathrm{V}]$, $v_2(0^+)=v_2(0)=v_2(0^-)=0[\mathrm{V}]$



Ⅱ. 설문(2)

다음 스위칭 후($t>0$) 회로에서



1. 마디 a에 KCL을 적용하면 $12=1\times v_1{}'+\dfrac{v_1-v_2}{1}$이므로 $v_1{}'+v_1-v_2=12$

2. 마디 b에 KCL을 적용하면 $0=\dfrac{v_2}{\frac{1}{2}}+2v_2{}'+\dfrac{v_2-v_1}{1}$이므로 $2v_2{}'+3v_2-v_1=0$

Ⅲ. 설문(3)

1. $v_1{}'+v_1-v_2=12$에서 $\dfrac{dv_1(0^+)}{dt}=12-v_1(0^+)+v_2(0^+)=12-12+0=0[\mathrm{V/sec}]$

2. $2v_2{}'+3v_2-v_1=0$에서 $\dfrac{dv_2(0^+)}{dt}=\dfrac{v_1(0^+)-3v_2(0^+)}{2}=\dfrac{12-0}{2}=6[\mathrm{V/sec}]$

Ⅳ. 설문(4)

1. $v_1{}'+v_1-v_2=12$에서 $v_2=v_1{}'+v_1-12$이므로 이를 $2v_2{}'+3v_2-v_1=0$에 대입하여 정리하면 $2v_1{}''+5v_1{}'+2v_1=36$을 얻는다. ⅰ) 특성방정식 $2s^2+5s+2=(2s+1)(s+2)=0$에

서 특성근 $s=-\frac{1}{2}$, -2이므로 고유응답 $v_{1n}=K_1e^{-\frac{1}{2}t}+K_2e^{-2t}$, ii) 시험강제해 $v_{1f}=A$(상수)를 상기 미분방정식에 대입하면 $0+0+2A=36$에서 $A=18$이므로 강제응답 $v_{1f}=18$, iii) 완전응답 $v_1=v_{1n}+v_{1f}=18+K_1e^{-\frac{1}{2}t}+K_2e^{-2t}$에서 $v_1(0^+)=6$이므로 $18+K_1+K_2=6$, $v_1'=-\frac{1}{2}K_1e^{-\frac{1}{2}t}-2K_2e^{-2t}$에서 $v_1'(0^+)=0$이므로 $-\frac{1}{2}K_1-2K_2=0$이다. $18+K_1+K_2=6$, $-\frac{1}{2}K_1-2K_2=0$를 연립하면 $K_1=-8$, $K_2=2$이므로 스위칭 후의 전압 $v_1(t)=18-8e^{-\frac{1}{2}t}+2e^{-2t}$[V]

2. 또한 $v_2=v_1'+v_1-12$에 $v_1(t)=18-8e^{-\frac{1}{2}t}+2e^{-2t}$[V]를 대입하여 정리하면 스위칭 후의 전압 $v_2(t)=6-4e^{-\frac{1}{2}t}-2e^{-2t}$[V]