2015년도 제52회 변리사 2차 국가자격시험 문제지

교 시	시험과목	시험시간	수험번호	성 명
2교시	제어공학	120분		

【문제-1】(30점)

다음과 같은 상태 방정식으로 표현된 시스템이 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

여기에서 $A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & \alpha \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1\ 0\ 0]$ 이고,

상태되먹임 이득행렬은 $K = [k_1\ k_2\ k_3]$, 상태변수는 $x = [x_1\ x_2\ x_3]^T$와 같다. u는 스칼라이다.

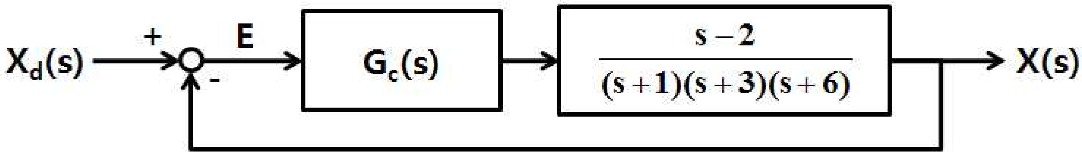
(1) 이 시스템은 완전 가관측으로 가정한다. 관측기 이득벡터 $K_e = [k_{e1}\ k_{e2}\ k_{e3}]^T$이고 관측상태 되먹임 제어 $u = -K\tilde{x}$를 이용할 경우, 관측기를 이용한 제어기의 전달함수 $\dfrac{U(s)}{-Y(s)}$를 유도하시오. (모든 시간함수의 초기값은 0으로 가정하고, 전달함수 계산 시 역행렬은 구할 필요 없으며, $\tilde{x}$는 x의 추정값이다.) (14점)

(2) 만약 출력 y는 정확히 측정될 수 있으나 나머지 상태변수는 y와 u를 이용하여 추정해야 할 필요가 있다고 가정하면 관측상태 되먹임 제어 $u = -K\tilde{x}$ 를 이용하기 위해 최소차수 관측기(축소차수 관측기; Minimum-order 또는 Reduced-order observer)를 구성해야 한다. 최소차수 관측기의 이득행렬 $K_e = [k_{e1}\ k_{e2}]^T$를 구하기 위한 측정값과 추정값간의 오차 방정식 $\dot{e} = Me$의 행렬 M을 유도하시오. (10점)

(3) 위 문제(2)에서 최소차수 관측기에 적용할 수 있는 완전 가관측성 조건을 제시하시오. (6점)

【문제-2】(20점)

시스템에 따라서는 제어기 없이도 원하는 성능이 만족되거나 또는 선형제어기와의 조합에 따라 폐루프 시스템의 성능이 오히려 악화되는 경우가 있다. 다음 블록 선도로 표시되는 시스템을 참조하여 다음 질문에 답하시오.



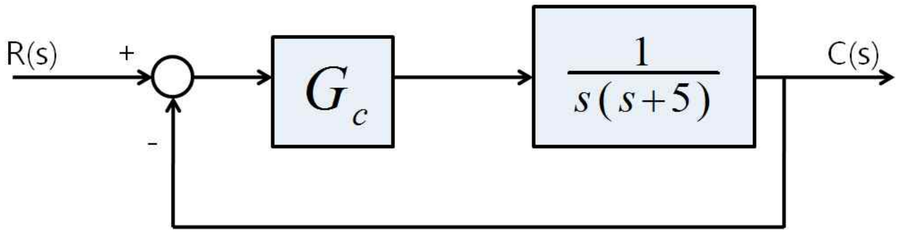
(1) 제어기로 비례-미분 제어기의 이득값간에 비례관계가 있도록 $G_c(s)=k(s+\alpha)$로 선정하였다. 이 때 α에 따라 폐루프 시스템의 응답 특성이 제어를 하지 않을 때보다 느려질 수도 있다. 근거를 제시하여 그러한 α의 범위를 구하시오. (단, $-\alpha$는 개루프 시스템의 극점, 영점과 일치하지 않는다고 가정한다. 또한 k는 양수임.) (8점)

(2) 위 블록선도에서 $G_c(s)$가 없는 개루프(open-loop) 시스템인 경우 단위임펄스 함수 입력에 대한 시간영역에서의 응답을 구하시오. (6점)

(3) 제어기로 비례 제어기 $G_c(s)=k_p$를 선정한 경우 입력 변수 $X_d(s)$의 시간 영역에서의 값이 $x_d(t)=t^n$일 때 적분제어기 없이도 유한한 정상 상태 오차가 되는 n의 범위을 구하시오. 만약 제어기로 비례-적분 제어기 $G_c(s)=k_p+k_I/s$를 이용할 경우 정상 상태 오차가 0이 되는 n의 범위를 구하시오. (단, n은 0이상의 정수) (6점)

【문제-3】(30점)

아래 그림과 같은 단위 피드백 폐루프 제어시스템에 대해 다음 물음에 답하시오.
(단, $R(s)$는 기준입력, $C(s)$는 출력이고, $K \geq 0$이다.)



(1) $G_c = K$인 경우 폐루프 제어시스템(closed-loop system)의 근궤적을 그리고, $K=10$일 때의 폐루프 시스템 극점을 구해 근궤적 선도와 비교하여 설명하시오. (8점)

(2) 단위계단 응답이 10[%]의 백분율 오버슈트(% overshoot)를 가지며, 첨두시간(peak time)값이 0.6[sec]가 되기 위한 제어기($K_p + K_d s$)를 근궤적을 이용하여 설계하시오. (단, 소수점은 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지 구하시오.) (12점)

(3) 위 문제(2)에서 설계된 제어기의 $-G_c$를 저항(2개), 캐패시터(1개), 연산증폭기(1개)를 이용하여 구현하시오. (단, 캐패시터는 $1[uF]$를 사용한다.) (10점)

【문제-4】(20점)

시스템 방정식이 $\dot{x}=Ax+Bu$일 때 입력 $u=-Kx$라 하면 성능지수 $J=\int_0^{\infty}(x^TQx+u^TRu)dt=x^T(0)Px(0)$를 최소화 하도록 행렬 K를 설정하여 시스템을 제어하는 것을 2차 최적조정기(최적제어)라 한다. 이 때 행렬 K와 제시된 변수간에는 $(A-BK)^TP+P(A-BK)=-(Q+K^TRK)$의 관계가 성립한다. 단, P는 대칭행렬이다.

위에 제시된 내용을 참고하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $\dot{x}=Ax+Bu$에서 $A=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$이고, 성능지수가 $J=\int_0^{\infty}x^Txdt$로 주어질 때 즉, $Q=I, R=0$일 때 P를 구하고 이를 기반으로 J를 최소화하는 행렬 K를 구하시오. 이 때 성능지수 J의 최소값도 제시하시오. (단, $K=[k_1\ k_2]$, 초기 조건은 $x(0)=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$이고 $k_2=4$이다.) (12점)

(2) 문제 (1)에 제시된 상태 방정식의 형태를 고려하여 이러한 최적조정기(최적제어)를 일반적인 선형제어기(예시: 비례-미분-적분 제어기)를 통해 구현할 수 있는지 그 가능성을 근거를 제시하여 기술하시오. (8점)